

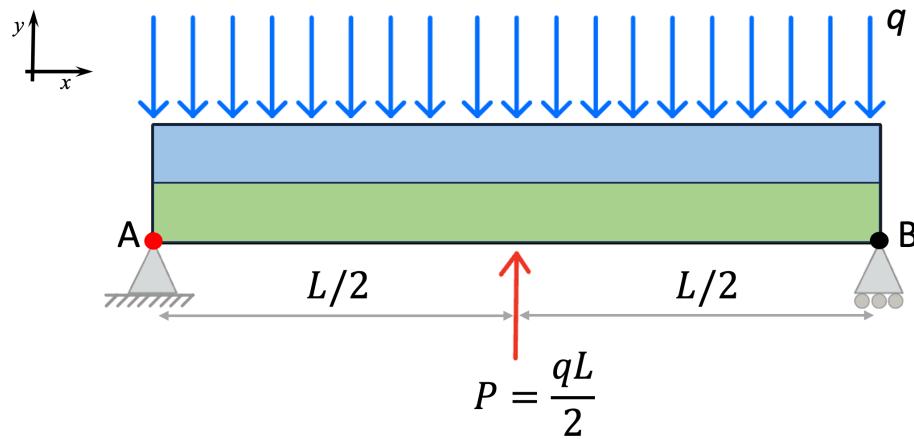
**QUESTION 1 – Poutre Composite****( 36 points)**

Une poutre composite de longueur  $L$  et de masse négligeable est supportée en A et en B, voir la **Figure 1**, qui est dessinée dans le plan  $xy$ . La poutre est soumise à une force distribuée d'intensité  $q$  [N/m] et à une force ponctuelle  $P = qL/2$ .

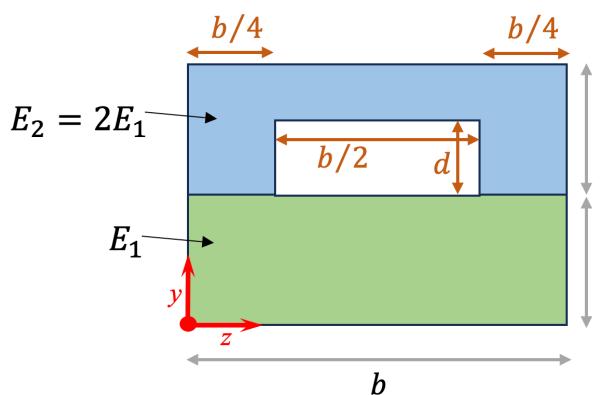
La poutre est composée de deux matériaux. Le matériau en vert a un module de Young  $E_1$ . Le matériau en bleu a un module de Young  $E_2 = 2E_1$ . La section a une largeur  $b$  et une hauteur  $2a$ .

Pour les questions Q1b et Q1c, la section de la poutre est illustrée en **Figure 2**, dans le plan  $yz$ . Il y a un trou (vide) de largeur  $b/2$  et de hauteur  $d$ .

Pour les questions Q1d à Q1g, la section de la poutre est indiquée en **Figure 3**, dans le plan  $yz$ .

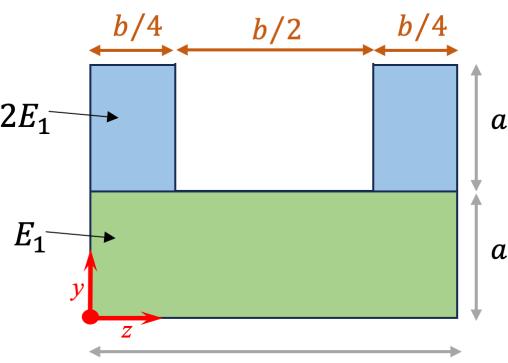


**Figure 1:** Poutre AB sujet à une force distribuée  $q$  et à une force ponctuelle  $P$ . Le système de coordonnées  $xy$  a le point A comme origine.



**Figure 2:** Section de la poutre composite pour les questions Q1b et Q1c.

L'origine du système de coordonnées  $yz$  est indiquée.



**Figure 3:** Section de la poutre composite pour les questions Q1d à Q1g.

L'origine du système de coordonnées  $yz$  est indiquée.

➤ **Q1a) (4 pts)**

- Dessinez le diagramme des forces de la poutre AB (avec un système de coordonnées).
- Calculez toutes les forces et tous les moments de réaction sur la poutre.
- Est-ce que la poutre est statiquement indéterminée ?

**Pour les deux questions suivantes (Q1b et Q1c), la section de la poutre est donnée en Figure 2.**

➤ **Q1b) (7 pts)**

- Calculez la position de l'axe neutre  $y_0$  en fonction de  $a, b$ , et  $d$  dans le système de coordonnées indiqué en Figure 2 (c'est-à-dire avec  $y = 0$  en bas de la poutre).

➤ **Q1c) (2 pts)**

- Quelle doit être la valeur de  $d$  pour que  $y_0 = a$  ? Justifiez votre réponse

**Pour les questions suivantes (Q1d à Q1g), la section de la poutre a changé et est donnée en Figure 3 (dans le plan yz).**

➤ **Q1d) (6 pts)**

- Calculer la rigidité en flexion  $\langle EI_{z,y_0} \rangle$  de la poutre en Figure 3 en fonction seulement de  $a, b$ , et  $E_1$ .
  - *Indice* : vous pouvez utiliser que  $y_0 = a$

➤ **Q1e) (5 pts)**

- Calculer la flèche  $w(x)$  le long de la poutre en fonction seulement de  $x, q, L$ , et  $\langle EI_{z,y_0} \rangle$ .
  - *Indice1*: Vous pouvez utiliser les formules dans le tableau annexé au formulaire.
  - *Indice2*: Vous pouvez utiliser le changement de variable  $x \rightarrow (L - x)$  si le tableau ne donne la flèche que pour  $x$  entre 0 et  $L/2$ .

➤ **Q1f) (7 pts)**

- Trouvez le moment de flexion interne  $M_z(x)$  le long de la poutre en fonction de:  $x, q$  et  $L$ .
- Pour quelle valeur (ou valeurs) de  $x$  est-ce que  $|M_z(x)|$  est maximum ? (Justifier)
- Quelle est la valeur de  $M_z(x)$  en ce point, en fonction de  $q$  et de  $L$  ?
  - Indice : vous êtes libre d'utiliser la méthode de votre choix pour trouver  $M_z(x)$ , mais la méthode des sections nous semble la plus simple pour ce problème.

➤ **Q1g) (5 pts)**

- à  $x = L/4$ , calculez la contrainte  $\sigma_x(y)$ . Donnez votre réponse en fonction de:  $\{y, E_1, \langle EI_{z,y_0} \rangle, L, \text{ et } q\}$  ou de  $\{y, E_1, \langle EI_{z,y_0} \rangle, \text{ et } M_z(x = \frac{L}{4})\}$ . Travaillez dans le système de coordonnées de la Figure 3.
- Dessinez  $\sigma_x(y)$  en fonction de  $y$ .
- Pour quelle valeur de  $y$  est-ce que  $|\sigma_x(y)|$  est maximum ? Cette contrainte maximale (en valeur absolue) est-elle en traction ou en compression ? Justifier.